|2.11|

MÅL: Modellera en process

a) SIGNALER

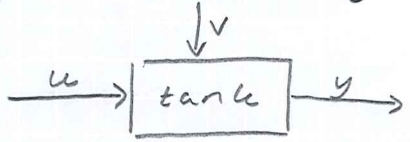
- UTSIGNAL $y(t)$: Det vi vill styra!
  HÄR: pH-värde i utflödet

- INSIGNAL/STYRSIGNAL $u(t)$: Det vi kan styra!
  HÄR: Inflöde av NaOH

- STÖRNING $v(t)$: Det vi inte kan kontrollera/styra.
  HÄR: syraflödet (*)

b) BLOCKSCHEMA

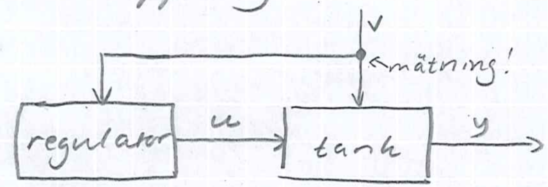
> systemet utan regulator



(*) BÖR OCKSÅ INKLUDERA:

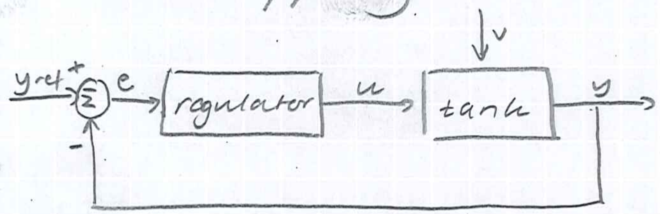
- REFERENSSIGNAL $r(t)$: Det värde utsignalen ska följa.
  Här: önskat pH-värde i utflöde.

> framkoppling



+ snabbt
− måste mäta v
− känslig för modellfel

> återkoppling



+ behöver ej mäta v
+ kan stabilisera instabilt system
− långsammare
− känsligt för mätbrus

I DETTA FALL ÄR TANKENS DYNAMIK SJÄLVA SYSTEMET:

→ EN MATEMATISK MODELL FÖR HUR INSIGNALEN PÅVERKAR UTSIGNALEN!

$\boxed{12.10}$

MÅL: Analysera stegsvar

- $u \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow y$ SYSTEM, som beskrivs av överföringsfunktion! ↳ diff.ekv. i Laplace-domän

$u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ a & t \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{G(s)} y(t) = ?$

oftast $a=1$

$U(s) = \frac{a}{s}$ $\quad Y(s)$

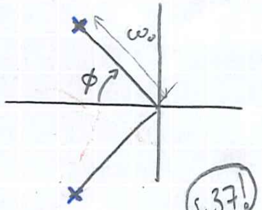
STEGSVARETS UTSEENDE BEROR PÅ POLER OCH NS!

- $Y(s) = G(s)U(s) = G(s)\frac{a}{s}$

TEORI

Almänna samband i stegsvar

* Poler:
- instabilt om pol i HHP
- snabbhet ökar med ω_0
- "svängighet" ökar med ϕ (dämpning minskar).



KOM IHÅG:
- imaginära poler alltid i konjugerade par!
- "dominerande" pol avgör beteende

(s.37!)

* Nollställen (NS):
- påverkar EJ stabilitet
- kan ge överslång
- NS i HHP kan ge underslång

* $|G(0)|$
- statisk förstärkning (vid $t\to\infty$)

VARFÖR:
- Om systemet stabilt: Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} s\,G(s)\frac{a}{s}$$
$$= \lim_{s\to 0} a\,G(s)$$

LÖSNING:

Vi kontrollerar:

1) STABILITET
- Inget stegsvar instabilt.
- G_6 pol i HHP $\Rightarrow$ ~~G_6~~

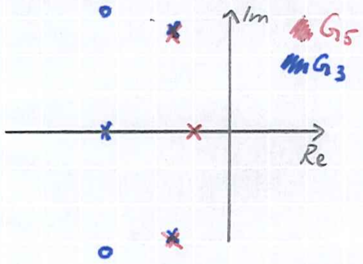
2) FÖRSTÄRKNING (notera: skalor jämförbara)

B, D $\Leftrightarrow |G(0)| = 2 \Leftrightarrow G_3, G_5$

A, C $\Leftrightarrow |G(0)| = 1 \Leftrightarrow G_1, G_4$

~~G_2~~

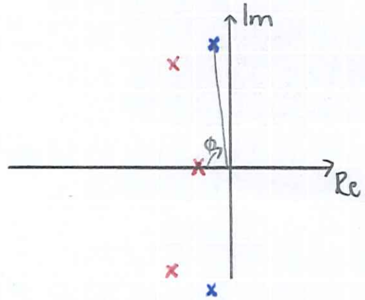
3) SNABBHET, DÄMPNING



- G_5 dominerande pol längre från 0 ⇒ snabbt
- G_3 nollställen ⇒ överslång

$G_3 \Leftrightarrow B$

$G_5 \Leftrightarrow D$



- G_4 domineras av reell pol ⇔ dämpat
- G_1 har poler med stort ϕ. ⇔ svängigt

$G_1 \Leftrightarrow C$

$G_4 \Leftrightarrow A$

$\boxed{2.5}$

MÅL: Analysera stegsvar

(se även uppg. 2.10)

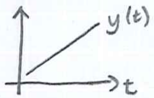
Vi kontrollerar:

1) STABILITET

- No. 3 & 6 instabila (divergerar)
- B, D har ej alla poler i VHP
  - ↳ de är ej insignal-utsignal-stabila
- B har bara en pol, i $s=0$:

$$\Leftrightarrow \quad G_B(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s} U(s) \Rightarrow sY(s) = U(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1}: \quad \dot{y}(t) = u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



$\Rightarrow$ B $\Leftrightarrow$ 6

alltså: D $\Leftrightarrow$ 3

$G_B(s)$ ÄR EN REN INTEGRATOR. INTEGRERAT STEG = LINJÄRT ÖKANDE FUNKTION (RAMP)

2) IMAGINÄRA POLER

- F har imag. poler
- No. 4 är svängigt

$\Rightarrow$ F $\Leftrightarrow$ 4

3) NOLLSTÄLLEN

A, C, E har samma poler, olika NS!

- A har NS i 0; poler i $-a$, $-b$

$$G_A(s) = \frac{s}{(s+a)(s+b)}$$

stabilt!

(kan använda slutvärdessatsen

- slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} y_A(t) = \lim_{s\to 0} s\, G_A(s)\, U(s) = \left\{ U(s) = \frac{1}{s} \right\} =$$

(anta enhetssteg eftersom skala saknas)

$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{s}{(s+a)(s+b)} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = 0$$

- No. 2) har $y(t) \to 0$ $\Rightarrow$ A $\Leftrightarrow$ 2

- C har inga NS:

$$G_C(s) = \frac{1}{(s+a)(s+b)}, \quad U(s) = \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow Y_C(s) = \frac{1}{(s+a)(s+b)} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\mathcal{L}^{-1}: \quad y_C(t) = \frac{1}{ab}\left(1 - \frac{b e^{-at} - a e^{-bt}}{b-a}\right)$$

BOK, s.234

(!) Derivatan är ett bra verktyg för att analysera kurvor!

$$\dot{y}_C(t) = \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a} = \begin{cases} 0 & t=0 \\ >0 & t>0 \end{cases}$$

- No. 1 har $\dot{y}(0)=0$ och ingen extrempunkt.

$\Rightarrow$ C $\Leftrightarrow$ 1

- E återstår
- 5 har överslag (typiskt vid NS som dominerar poler)

$\Rightarrow$ E $\Leftrightarrow$ 5